

RÉVISIONS D'ALGÈBRE

PRÉAMBULE

Le cours et les réponses des exercices sont disponibles sur le site **MathEnSeconde.fr**. Il est vivement recommandé de les imprimer. Un corrigé complet et détaillé est également en ligne.

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe I. PRÉAMBULE. En particulier la partie concernant le mode d'emploi des exercices.

LECTURE

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe II. LECTURE.

1

Lire avec le ton, donner la **forme** (somme algébrique, produit, poly-produit, quotient, opposé, puissance). Dites les plus neutres qui ne sont pas écrits au début des *sommes algébriques*.

	a	b	c	d
1	$a+b-c$	$a-b$	$a+b$	$a+b+c$
2	$2a$	$2ab$	$\frac{a}{b}$	$-a$
3	$\frac{3}{2}a$	$a+b \times c$	$(a+b) \times c$	$a-b \times a-b$
4	$(-2)a$	$-(2a)$	$-2a$	
5	$(-a)-b$		$-a(-b)$	
6	$-2(-b+c)$		$(-b+c)-2$	
7	$(a-b)(c-d)$		$a-b(c-d)$	
8	$(a-b)c-d$		$-2(x+1)(x-1)$	

	a	b	c	d
9	$(x+1)-2(x-1)$		$(x+1)-2-(x-1)$	
12	$1-2(x+1)(x-1)$		$1-3a(1-3a)+3a$	
13	$\frac{a-b}{c}+d$	$\frac{a-b}{c+d}$	$a-\frac{b}{c+d}$	$a-\frac{b}{c}+d$
14	$-a^2$	$(-a)^2$	$3a^2$	$(3a)^2$
15	$(a-b)^2$	$a-b^2$	$2(a-b)^2$	$[2(a-b)]^2$
16	$a^2-2ab+b^2$	$-2a^2$	$-(2a)^2$	$(-2a)^2$

2

Nettoyage d'expressions : écrire en supprimant les signes superflus (et en calculant ce qui peut l'être).

	a	b	c
1	$2 \times a$	$a \times 5$	$a \times b$
2	$(a \times 2) + 2$	$(a + 2) \times 2$	$2 \times (a \times 2)$
3	$a \times 5 \times 5$	$a + 5 \times 5$	$a \times 5 + 5$
4	$(2 \times a) \times (3 \times b)$	$2a \times 3b$	$2 + a \times 2 + 2$
5	$a + (b + c)$	$(a \times b) + c$	$(a + b) \times c$
6	$a + (b \times c)$	$a \times (b \times c)$	$(a \times b) \times c$
7	$(a \times b) + (a \times b)$	$(a + b) \times (a + b)$	$(a \times b) \times (a \times b)$
8	$a + a + a$	$a \times a \times a$	$a \times 2 \times a$
9	$a + b + a + b + a$	$a \times b \times a \times b \times a$	$a \times 2 \times a \times b \times b$
10	$(-2) \times a$	$-(2 \times a)$	$(-2) \times (a \times b)$
11	$-(a \times b)$	$(-a) \times b$	$[-(2 \times a)] \times b$
12	$(-a) + (-b)$	$(+2a) + (-3b)$	$(-2a) + (+3b)$
14	$3a + (-2b)$	$(-2aa) + (+3a) + (-1)$	

	a	b	c
15	$3 \times (a^2)$	$(3 \times a)^2$	$[(-2) \times a]^2$
16	$(-2) \times (a^2)$	$-[(2 \times a)^2]$	$[-(2 \times a)]^2$
17	$a^2 + (-2 \times a \times b) + (+b^2)$		
18	$[(-2) \times (a^2)] + [-(3 \times b)^2]$		
19	$\frac{3}{2} \times a$	$\frac{3}{2}$ de a	$(a + b) \div c$

3

Calculer mentalement.

	a	b	c
1	$(2 \times 3) + 4$	$2 \times (3 + 4)$	$2 \times 3 \times 4$
2	$2 \times 3 \times 4 \times 5$	$5 \times 11 \times 12 \times 2$	$9 \times 25 \times 3 \times 2 \times 2$
3	$3 + 3 \times 2$	$3 \times 3 + 2$	$2 + 2 \times 3 + 3$
4	$-1 + 3 - 4$	$-42 + 17 + 2 - 7$	$-5 + 1 - 5 - 5$
5	$-(-1)$	$+(-1)$	$-(+1)$
6	$+(-1)$	$-[+(-1)]$	$-(-1 - 1)$
7	$-1 - (-1 - 1)$	$1 + (-1 - 1)$	$(-1 + 3) - 1$
8	$(-2) \times (-3)$	$(-2) \times (+3)$	$(+2) \times (-3)$
9	$(-1)(-2)(-3)$	$-(-2) \times (-5)$	$1 - (-2) \times (-5)$
10	$(-5) - 2$	$-2(-5)$	$\frac{-6}{-2}$
11	$-(3^2)$	$(-3)^2$	-3^2
12	$-(-3)^2$	$-(1 - 3)^2$	$1 - (1 - 3)^2$

4

Calculer mentalement (et inscrire la réponse).

	Lorsque x vaut ...		
	10	$\frac{1}{2}$	-10
$-6x$			
$+3x^2$			
$-2x^3$			
$x^2 - x + 1$			

5

Calculer mentalement (et inscrire la réponse).

	Lorsque a vaut ...	
	-1	-2
$-a^2$		
$-a^3$		
$-2a^3 + 3a^2 - a$		

« POLY-PRODUIT »

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe III. « POLY-PRODUIT ».

6

Calculer mentalement (et inscrire la réponse).

	Lorsque x vaut ...		
	2	0	-1
$-2(x+1)(x-1)$			
$-2(x-1)^2$			
$(x-1)(x-2)(x+2)$			

7

Décomposer en facteurs premiers :

- | | |
|--------|--------|
| a) 100 | d) 111 |
| b) 32 | e) 156 |
| c) 125 | f) 242 |

8Décomposer mentalement en facteurs premiers tous les entiers de 2 à 30.**9**

Calculer (on pourra dans certains cas s'aider de décompositions en facteurs premiers).

- | | |
|--|---|
| a) $\frac{4}{6}$ | b) $\frac{111}{74}$ |
| c) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$ | d) $\frac{22}{15} \times \frac{20}{33}$ |
| e) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ | f) $\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$ |
| g) $\frac{1}{4} - \frac{1}{6}$ | h) $\frac{1}{26} + \frac{1}{39}$ |

SOMME ALGÈBRIQUE

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe IV. SOMME ALGÈBRIQUE.

10

Par oral : lire en faisant entendre nettement les « espaces additives » et les plus neutres.

Par écrit : recopier en marquant nettement les « espaces additives », et en marquant un petit « ✖ » à l'endroit où l'on dit « facteur de ». On pourra aussi encadrer en couleur les « poly-produits » et marquer les plus neutres.

- a) $-2(-3)$
 b) $(-3)-2$
 c) $(-2a)+3a$
 d) $+3a(-2a)$

- e) $-3(-3a+3)-3$
 f) $(5a-3a)(5b-3b)$
 g) $-2(5a-3)(-2-3a)$
 h) $5a-3a(5b-3b)$
 i) $5a-3a \times 5b-3b$
 j) $2x+3x(-5x+1)$
 k) $1-3a(1-3a)+3a$
 l) $1-2(x+1)(x+2)$
 m) $(1-3a)-(1-3a)$
 n) $2-2(3a-2b+1)(2a-5)$
 o) $(-a+1)-(a-1)$

11

Calculer mentalement (et inscrire la réponse).

	Lorsque x vaut ...		
	2	0	-1
$1-2(x+1)(x-1)$			

RÉDUCTION

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe V. RÉDUCTION.

12

Réduire lorsque c'est possible. Calculez mentalement, répondez par oral et vérifiez en utilisant le corrigé.

Si vous avez des difficultés, entraînez-vous régulièrement et militairement à partir de ce tableau. D'abord par colonnes, ensuite par lignes.

	a	b	c	d
1	2 mille + 3 mille		2 mille × 3 mille	
2	2 mille + 3 cent		2 mille × 3 cent	
3	2 cm + 3 cm		2 cm × 3 cm	

	a	b	c	d
4	$2a + 3b$	$2a \times 3b$	$2a + 3a$	$2a \times 3a$
5	$2aa + 3a$	$2aa \times 3a$	$2a + 3$	$2a \times 3$
6	$5a + a$	$5a \times a$	$aa + a$	$aa \times a$
7	$3a + 3a + 3a$	$3a \times 3a \times 3a$	$a + a + a$	$a \times a \times a$
8	$3aa + 6a^2$	$3aa \times 6a^2$	$3a^2 + 5a$	$3a^2 \times 5a$
9	$5ab + 3ba$	$5ab \times 3ba$	$5a^2b + 3ab^2$	$5a^2 \times 3b^2$
10	$\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}a$	$\frac{1}{3}a \times \frac{1}{3}a$	$\frac{1}{3}a + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}a \times \frac{1}{3}$
11	$\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}a$	$\frac{1}{2}a \times \frac{1}{3}a$	$\frac{1}{2}a + a$	$\frac{1}{2}a \times a$
12	$-2a - 3b$	$-2a(-3b)$	$-2a - 3a$	$(-2a) \times (-3a)$
13	$-2a + 5a$	$(-2a)(+5a)$	$+2a - 5a$	$+2a(-5a)$
14	$+3a - a$	$+3a(-a)$	$-2a - 2$	$-2a(-2)$
15	$+5a^2 - 3a$	$(+5a^2)(-3a)$	$aa - a$	$aa(-a)$
16	$5a - 10a$	$5a(-10a)$	$-5a - 10$	$-5a(-10)$
17	$-a^2 - 2a^2$	$(-a^2)(-2a^2)$	$-2 - a - a^2$	$-2(-a)(-a^2)$
18	$-a - a - a$	$(-a)(-a)(-a)$	$-3a^2 + a^2$	$-3a^2(+a^2)$
19	$-3a^2 - 5a$	$-3a^2 \times (-5a)$	$ba^2 - 3a^2b$	$ba^2(-3a^2b)$
20	$\frac{1}{3}a - a$	$\left(-\frac{1}{2}a\right) \times \left(-\frac{1}{3}a\right)$		
21	$-\frac{13}{7}a + \frac{7}{13}b$	$\left(-\frac{13}{7}a\right) \times \left(+\frac{7}{13}b\right)$		
22	$\frac{2}{3}a - \frac{2a}{3}$	$\left(-\frac{1}{7}a\right) \times \left(-\frac{1}{7}a\right)$		

	a	b	c	d
23	$-3a(+3a)$	$(+3a)-3a$	$-1 + 2a$	$-1(+2a)$
24	$-a(+3a)$	$+3a-a$	$a-a$	$a(-a)$
25	$a - 2a$	$-2a - a$	$a(-2aa)$	$a^2 - 2a$
26	$-a^2 + a$	$a^2 - a$	$a^2 - a + 1$	$a^2(-a)$
27	$5a - 3 \times 5a - 3$		$-5a - (-5a)$	
28	$-2a + 3a(-2b)$		$(-2a + 3a)(-2b)$	
29	$-2a(+3a)(-2b)$		$(-2a + 3a) + 2a$	
30	$2 - 2x^2 + 4x - 2$		$3a - 12 + 3a$	

DÉVELOPPEMENT

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe VI. DÉVELOPPEMENT.

13

Développer :

- $(-3a)(+3a - 7b)$
- $(+3a)(-5a - 2b)$
- $(-4a - 5b) \times (+5b)$
- $(-6a + 2b)(-5a)$
- $+6a(7a - 3)$
- $-6b(-8a + 4)$
- $+9(-9a + 3)$
- $-9(-7a + 8)$
- $-a(-4a + 3)$
- $+a(-5a + 4)$
- $-3x(-5x^2 + 2x - 3)$
- $+5x^2(-5x^2 + 2x - 3)$
- $-b(a^2 - 2ab + b^2)$
- $(6x^2 + x - 2)(-2x)$

o) $5\left(\frac{5}{4}x+1\right)$

p) $-\frac{2}{3}\left(\frac{3}{2}x-3\right)$

q) $-1(-3a+3b-3)$

r) $-1(-a+b+1)$

s) $-(-a+b+1)$

t) $+(-a+b+1)$

14

Calculer.

a) $(2-3x)-2$

b) $4-x-4$

c) $(4-x)-4$

d) $4-(x-4)$

e) $2(3a \times 4b)$

15On a : $b = 2a - 5$ et $c = 3a - b - 5$

Exprimer c en fonction de a . (Autrement dit écrire une expression qui soit égale à c mais ne contienne pas d'autre variable que a . Un truc du genre : « $c = 5a - 3$ »)

16

Au triple d'un certain entier n , on soustrait son prédécesseur (celui de l'entier en question). Que reste-t-il ? Exprimer en fonction de n ce qui reste, puis simplifier l'expression.

17

Développer et réduire.

a) $-2a(-3a^2 + 5a - 4)$

b) $-(-3a^2 + 5a - 4)$

c) $-2(3a-1)$

d) $5 - 2(3a - 1)$

e) $(-5) - (3a - 1)$

f) $(3a - 2)(-2a + 5)$

g) $1 - 3a(1 - 3a) + 3a$

h) $-13a + 12 - 3(2 - 3a) + (3a - 5) - (1 - a)$

18

Distribuer lorsque c'est possible, réduire lorsque c'est possible...

a) $a(b+c)$

f) $a-(b-c)$

b) $a(b \times c)$

g) $(a+b)^2$

c) $a+(b \times c)$

h) $(a \times b)^2$

d) $-(a+b)$

i) $\left(\frac{a}{b}\right)^3$

e) $-(a \times b)$

19

Développer et réduire.

a) $(a-b+c)^2$

b) $(x-1)(x-2)(x+1)$

c) $(a-b)^3$

d) $(a-b)^4$

e) $(a-b)(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3)$

20

Développer et réduire.

a) $-2(2x-1)(3x+2)$

b) $-2(x-1)^2$

c) $-(1-x)(1+x)$

d) $1-(1-x)(1+x)$

21

Développer et réduire.

a) $1 + (1-x) - (1-x)(1+x)$

b) $-(x-1)^2 - 2(2x-1)(3x+2)$

c) $2 - 2(x - 1)^2$

d) $2[1 - (1 - a)^2]^2$

22

a) Développer et réduire $(1 + x + x^2 + x^3)(x - 1)$.

b) Développer et réduire (sans écrire tout le développement, mais en imaginant ce que cela donnerait) : $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{63})(x - 1)$

c) En déduire une valeur approchée de l'expression suivante (4 décimales en notation scientifique) :

$$1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots + 2^{63}$$

23*D'après un exercice de Gilles Costantini.*

Calculer :

$$998877665544^2 - 998877665543 \times 998877665545$$

DEGRÉ

*Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe VII. DEGRÉ.***24**

Sans nécessairement calculer, donner le degré de l'expression.

a) $5aabc$

b) $-12a^2b^3$

c) $+3x^5$

d) $3x^2 - 5x + 8$

e) $2212x^3 + 6x^2 - x^7 + 3x - 8$

f) $-2x^3 + 5x^2 + 2x^3 - 8x + 7$

g) $(-3x^5)(+3x^4)$

h) $(+2x^3 - 18x^2 + 5x - 7)(-3x^2 + 9x - 1)$

i) $(x - 1)(x + 2)(x^2 - 3x + 1)$

j) $(x - 1)(x + 2) + (x^3 - 3x)$

k) $(x - 1)^3(x + 2) + (x^2 - 3x + 1)(1 - x^3)$

FACTORISATION

*Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe VIII. FACTORISATION.***25**

Factoriser.

a) $ab - ac + ad$

b) $ab + 2a$

c) $ab + b$

d) $6x^2y - 9x^3y^2$

26

Factoriser

a) $AB + AC$

b) $(x - 1)(3x + 5) + (x - 1)(2x + 4)$

c) $AB - AC$

d) $(x - 1)(3x + 5) - (x - 1)(2x + 4)$

e) $A^2 + AB$

f) $(x - 1)^2 + (x - 1)(2x + 4)$

g) $A - AB$

h) $(x - 1) - (x - 1)(3x + 2)$

i) $-A + BA$

j) $-(2x + 3) + 5x(2x + 3)$

27

Factoriser.

a) $x^2 - x$

b) $-2x(x - 1) - (x - 1)(2x + 1)$

c) $9x^2(x + 2) - 3x(x + 2)$

d) $-(x - 2) + x(x - 2)$

e) $(x - 1)(5x + 2) - (2x - 2)(x + 3)$

f) $(x - 2)(5x + 1) + (2 - x)(3x + 2)$

IDENTITÉS REMARQUABLES

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe IX. IDENTITÉS REMARQUABLES.

28

Factoriser.

- a) $x^2 + 2x + 1$
- b) $x^2 + 10x + 25$
- c) $x^2 - 4x + 4$
- d) $x^2 - 9$
- e) $x^2 - \frac{1}{25}$
- f) $4x^2 - 9$
- g) $9x^2 + 12x + 4$
- h) $2x^2 + 12x + 18$
- i) $x^3 + 12x^2 + 36x$
- j) $x^2 - 2$
- k) $x^2 + 3x + \frac{9}{4}$
- l) $-16 + x^2$
- m) $8x + 16 + x^2$

29

Factoriser.

- a) $-1 + x^2$
- b) $-6x + 9 + x^2$
- c) $-6x + 9x^2 + 1$
- d) $x^2 - x + \frac{1}{4}$
- e) $2x^2 - 4x + 2$
- f) $-x^2 - 2x - 1$

30

Factoriser lorsque c'est possible.

- a) $a^2 + 9$
- b) $a^2 - 9$
- c) $a^2 - 1$
- d) $a^2 - a$
- e) $9a^2 - 4$
- f) $9a^2 - 4a$
- g) $-a^2 - 1$
- h) $a^2 - 2a^2 + 1$
- i) $a^2 - 2$
- j) $a^2 + 2$
- k) $-a^2 + 2a$
- l) $1 - 4a^2$
- m) $1 - 3a^2$
- n) $9a^2 + 4$

31

Factoriser.

- a) $x - 2 + x(2 - x)$
- b) $-(x - 1)^2 + (2x - 2)(x + 3)$
- c) $x^2(x - 2) + x(4 - 2x) + x - 2$
- d) $(6 - x)^2 + x - 6$
- e) $(x - 2)^2 - (4 - 3x)^2$
- f) $4(1 + 2x)^2 - 9x^2$
- g) $10000 - x^4$
- h) $x^4 - 2$
- i) $1 - x^2 - (1 - x)^2$

32

Factoriser.

- a) $(b^2 + 2b) - (a^2 + 2a)$
- b) $(b^2 - b + 1) - (a^2 - a + 1)$

33Factoriser $x^2 - 6x + 5$.

Après avoir bien réfléchi, vous pouvez regarder l'aide sur la feuille des Réponses.

34Factoriser $a^4 + b^4$.

Après avoir bien réfléchi, vous pouvez regarder l'aide sur la feuille des Réponses.

INVERSE ET OPPOSÉ

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe X. INVERSE ET OPPOSÉ.

35

Donner les opposés des nombres suivants :

- | | |
|-------|-----------------------|
| a) -3 | d) $a - b$ |
| b) +3 | e) $(-a) \times (-b)$ |

36

Donner les inverses des nombres suivants :

- | | |
|------------------|--------------------------------|
| a) 1 | d) $\frac{5}{7}$ |
| b) -1 | e) $-\frac{5}{7}$ |
| c) $\frac{1}{2}$ | f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ |

37

- Quel est l'opposé de l'inverse de -5 ?
- Quel est l'inverse de l'opposé de -5 ?
- L'opposé de l'inverse est-il toujours égal à l'inverse de l'opposé ?
- Exprimer l'inverse du carré de l'opposé de x .
- Exprimer l'opposé du carré de l'inverse de x .

QUOTIENT

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe XI. QUOTIENT.

Simplification**38**

Simplifier lorsque c'est possible.

- | | | |
|------------------------------------|------------------------|-----------------------|
| a) $\frac{2 \times 2}{2 \times 3}$ | b) $\frac{2^2}{3^2}$ | c) $\frac{2+1}{3+1}$ |
| d) $\frac{ab}{ac}$ | e) $\frac{a^2}{b^2}$ | f) $\frac{-a}{-b}$ |
| g) $\frac{a+d}{b+d}$ | h) $\frac{ab+c}{ad+e}$ | i) $\frac{ab+ac}{ad}$ |
| j) $\frac{ab+b}{a+1}$ | | |

39

Simplifier lorsque c'est possible.

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| a) $\frac{4a+6b}{a+6b}$ | b) $\frac{4a+6b}{a+b}$ | c) $\frac{4a+6b}{2a}$ |
| d) $\frac{4a+6b}{2a+3b}$ | e) $\frac{4a+9b}{2a+3b}$ | f) $\frac{a^2+b^2}{a+b}$ |
| g) $\frac{a^2+a}{a^2}$ | h) $\frac{a}{a^2-a}$ | i) $\frac{a+1}{a^2+a}$ |
| j) $\frac{a+1}{a^2+1}$ | k) $\frac{a^2+1}{a^2-1}$ | l) $\frac{a^2-a}{1-a^2}$ |

Distribution

40

Distribuer lorsque c'est possible, réduire lorsque c'est possible...

$$\text{a) } \frac{a+b}{c} \quad \text{b) } \frac{a}{b+c} \quad \text{c) } \frac{a \times b}{c} \quad \text{d) } \frac{a}{b \times a}$$

$$\text{e) } a \times \frac{b}{c} \quad \text{f) } -\left(\frac{a}{b}\right) \quad \text{g) } \left(\frac{a}{b}\right)^2$$

41

Calculer.

$$\text{a) } \frac{2a}{3} - \frac{2}{3}a \quad \text{b) } \frac{6+2a}{3} + \frac{1}{3}a - 2$$

$$\text{c) } \frac{3-2a}{-3} + 1 \quad \text{d) } \frac{a}{-b} - \frac{a}{b}$$

Parenthèses

42

Simplifier lorsque c'est possible.

$$\text{a) } -\frac{-1-a}{a+1} \quad \text{b) } \frac{1}{a} - \frac{1-a}{a}$$

43

Simplifier lorsque c'est possible.

$$\text{a) } -\frac{a+2}{a} - \frac{2-a}{a} \quad \text{b) } \frac{a-1}{a+1} - \frac{a+3}{a+1} + \frac{a+5}{a+1}$$

Quotients de fractions

44

Simplifier.

$$\text{a) } \frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}} \quad \text{b) } \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} \quad \text{c) } \frac{a}{\frac{b}{c}} \quad \text{d) } \frac{\frac{a}{b}}{c}$$

Dénominateur commun

45

Écrire sous la forme d'un quotient, en mettant au même dénominateur :

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \quad \text{b) } \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

$$\text{c) } \frac{1}{3} + \frac{1}{9} \quad \text{d) } \frac{1}{a} + \frac{1}{a^2}$$

$$\text{e) } \frac{1}{a} + a \quad \text{f) } \frac{1}{ab} + \frac{1}{ac} \quad \text{g) } \frac{a+2}{a+1} - 1$$

$$\text{h) } \frac{1}{a-1} - \frac{1}{a+1}$$

$$\text{i) } \frac{b}{b+1} - \frac{a}{a+1} \quad (\text{laisser le dénominateur factorisé.})$$

46

$$\text{a) Calculer : } \frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}$$

$$\text{b) Simplifier : } \frac{1}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}}$$

47

Écrire plus simplement :

$$\text{a) } \frac{a+2}{a} - 2$$

$$\text{b) } \frac{a+1}{b+1} - 1$$

$$\text{c) } \frac{a+1}{b+2} - \frac{1}{2}$$

Divers

48

Écrire plus simplement :

a) $\frac{2x^2 + 3x}{2x}$

b) $-2a + 2 - 2\left(\frac{a-2}{2}\right)^2$

c) $\frac{\frac{a-b}{a} - \frac{b}{a}}{\frac{b}{a}}$

d) $\frac{1}{\frac{1}{1-a} - 1}$

49

Écrire plus simplement :

a) $\frac{1-x^2}{x^2+x}$

b) $\frac{4x^2-6x}{2x-3}$

c) $\frac{x^2}{x-1} - x - 1$

d) $2\left(\frac{a^2-b^2}{2} \times \frac{1}{a+b} - a+b\right)^2$

Problème

50

- a) Une voiture descend une pente sur 2km à 120km/h puis elle monte une côté sur 2km à 80km/h. Quelle a été sa vitesse moyenne sur les 4 kilomètres ? (Ce n'est pas 100km/h.)
- b) Une voiture descend une pente sur une certaine distance d à une vitesse v_1 puis elle monte une côté sur la même distance d à une vitesse v_2 . Exprimer sa vitesse moyenne en fonction de d , v_1 et v_2 , puis éliminer d de l'expression obtenue afin de prouver que la vitesse moyenne ne dépend que de v_1 et v_2 .

RACINE

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe XII. RACINE.

Généralités

51

Calculer lorsque c'est possible. Sans calculatrice.

a) $\sqrt{9}$

b) $\sqrt{\sqrt{16}}$

c) $-\sqrt{1}$

d) $\sqrt{-1}$

e) $\sqrt{0}$

f) $\sqrt{2}$

g) $\sqrt{\frac{1}{9}}$

h) $\sqrt{\frac{4}{9}}$

i) $\sqrt{0,01}$

j) $\sqrt{2} \times \sqrt{2}$

k) $\sqrt{4 \times 9}$

l) $\sqrt{4} \times \sqrt{9}$

m) $\sqrt{\frac{9}{4}}$

n) $\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}}$

o) $\sqrt{9+16}$

p) $\sqrt{9} + \sqrt{16}$

q) $\sqrt{25-16}$

r) $\sqrt{25} - \sqrt{16}$

s) $\sqrt{\sqrt{9}-\sqrt{4}}$

t) $\sqrt{\sqrt{2}}$

u) $\sqrt{\frac{\sqrt{1+\sqrt{9}}}{\sqrt{9}+\sqrt{25}}}$

v) $\sqrt{2^{12}}$

Monômes

52

Réduire lorsque c'est possible :

a) $5\sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

b) $\sqrt{2} + \sqrt{2} + \sqrt{2}$

c) $2\sqrt{2} + 5\sqrt{3}$

d) $\frac{2}{3}\sqrt{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}$

e) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

f) $3 \times \sqrt{2} \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{3}$

g) $(\sqrt{2})^3$

h) $(2 - \sqrt{2})^2$

i) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

53

Réduire lorsque c'est possible :

a) $3\sqrt{2} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2} - \sqrt{5}$

b) $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} - \frac{1}{2}\sqrt{3}$

c) $(-\sqrt{3})^3$

d) $(-\sqrt{3})^4$

e) $(1 - \sqrt{3})^2$

f) $(\sqrt{2} + 1)^3$

Distribution**54**

Distribuer lorsque c'est possible, réduire lorsque c'est possible.

a) \sqrt{ab}

b) $\sqrt{a+b}$

c) $\sqrt{\frac{a}{b}}$

d) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$

e) $\sqrt{a^2 + b^2}$

f) $(\sqrt{a})^2$

g) $\sqrt{a^2}$

55

Simplifier si possible :

a) $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$

b) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$

c) $\sqrt{2} \times \sqrt{3} - 2 \times \sqrt{6}$

d) $\sqrt{1} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{4} \times \sqrt{6}$

e) $(2\sqrt{3}) \times (3\sqrt{2})$

f) $(2\sqrt{3}) \times (3\sqrt{3})$

g) $(-2\sqrt{5}) \times (+7\sqrt{2})$

h) $(-3\sqrt{5}) \times (-4\sqrt{5})$

i) $(-2\sqrt{5})(2\sqrt{15} - 5\sqrt{5} - 3)$

j) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2$

k) $(3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$

56

Simplifier si possible :

a) $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$

b) $\sqrt{5} + \sqrt{5}$

c) $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

d) $2\sqrt{5} - 2\sqrt{7} + 2$

e) $(+3\sqrt{5})(-2\sqrt{2})$

f) $(-5\sqrt{3})(-2\sqrt{3} + 3\sqrt{2})$

g) $(2\sqrt{3} + 3\sqrt{5})^2$

« Sortir les facteurs carrés. »**57**

« Sortir les carrés ». Au moins pour commencer, écrivez toutes les étapes.

a) $\sqrt{12}$

b) $\sqrt{50}$

c) $\sqrt{44}$

d) $\sqrt{32}$

e) $\sqrt{252}$

f) $\sqrt{2^9}$

58

« Sortir les carrés » (bien entendu, écrire les étapes intermédiaires).

- a) $\sqrt{8}$
- b) $\sqrt{18}$
- c) $\sqrt{108}$
- d) $\sqrt{1300}$
- e) $\sqrt{52}$
- f) $\sqrt{99}$
- g) $\sqrt{24}$

Sommes de racines...

59

Simplifier si possible en « sortant les carrés ».

- a) $\sqrt{8} + \sqrt{18}$
- b) $\sqrt{2} - \sqrt{8}$
- c) $4 - \sqrt{8}$
- d) $4\sqrt{8} - \sqrt{18} - \sqrt{50}$
- e) $\sqrt{1} + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4} + \sqrt{8} + \sqrt{12}$

60

Simplifier en « sortant les carrés » (bien entendu, écrire les étapes intermédiaires).

- a) $\sqrt{75} + \sqrt{12}$
- b) $\sqrt{27} - \sqrt{12}$
- c) $\sqrt{9+3} - \sqrt{9} - \sqrt{3}$

Les radicaux au dénominateur

61

Simplifier en éliminant les radicaux du dénominateur.

- a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$
- c) $\frac{1}{\sqrt{2}+1}$
- d) $\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$
- e) $\sqrt{\frac{1}{5}}$

62

Simplifier en éliminant les radicaux du dénominateur.

- a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$
- c) $\sqrt{\frac{8}{3}}$

Forme « normalisée »

63

Écrire sous la forme « normalisée ». Avant de regarder la réponse, vérifiez à la calculatrice.

En effet, vous ne disposerez pas toujours des réponses pour vérifier vos calculs. Il faut donc savoir les vérifier par vous-même. Si vous avez une calculatrice, vous pouvez lui demander une valeur approchée de l'expression initiale et de votre résultat. Si elles ne coïncident pas, il y a un souci. Si elles coïncident, cela ne prouve certes rien, mais vous avez de bonnes chances tout de même que votre réponse soit juste.

- a) $\sqrt{27}$
- b) $\sqrt{27} + \sqrt{12}$
- c) $\sqrt{27} + \sqrt{18}$

d) $\sqrt{8} + \sqrt{9} + \sqrt{11} + \sqrt{12}$

e) $(\sqrt{8} - \sqrt{2})^2$

f) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

g) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$

h) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

i) $\sqrt{6} \times \sqrt{2} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$

j) $\sqrt{\frac{27}{8}}$

k) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} + \frac{2}{\sqrt{2}}$

l) $\frac{1}{\sqrt{3}+1} + \frac{5-\sqrt{3}}{2}$

64

Écrire sous la forme « normalisée ». Avant de regarder la réponse, vérifiez à la calculatrice.

a) $\sqrt{\sqrt{81}}$

b) $\sqrt{27} - \sqrt{8} - \sqrt{3} + \sqrt{98}$

c) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})^3$

d) $(1 + \sqrt{2})^2 - 3 - 2\sqrt{2}$

e) $1 - \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}$

f) $1 + \frac{2}{1+\sqrt{3}}$

g) $\frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$

65

Écrire le plus simplement possible :

a) $(\sqrt{3}-5)^2 + \sqrt{3}(9-\sqrt{3})$

b) $\sqrt{72} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8}$

c) $\frac{2\sqrt{3}}{1-\sqrt{3}}$

d) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3$

66

Soient a et b deux réels strictement positifs.

Écrire le plus simplement possible : $\frac{b\sqrt{a} + a\sqrt{b}}{\sqrt{b} + \sqrt{a}}$

67

Démontrer que $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$

68

Écrire le plus simplement possible :

a) $\sqrt{\sqrt{5}+1} \times \sqrt{\sqrt{5}-1}$

b) $\frac{\sqrt{\sqrt{2}+1}}{\sqrt{\sqrt{2}-1}}$

Racine cubique

69

Calculer.

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[3]{-1000}$

c) $\sqrt[3]{\frac{1}{8}}$

d) $\sqrt[3]{-1}$

Problèmes

70

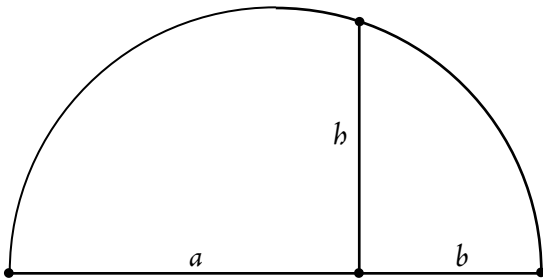
Soit $A = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$

Calculer A^2

En déduire la valeur exacte de A (en raisonnant avec précaution).

On admettra ici le théorème suivant, qui sera démontré dans le chapitre Fonctions III : soient deux nombres a et b positifs. Si $a < b$, alors $\sqrt{a} < \sqrt{b}$.

71



Exprimer h en fonction de a et b . (La courbe est un demi-cercle.)

72

Dans quels cas a-t-on : $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$?

PUISSANCE

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe XIII. PUISSANCE.

73

Calculer si possible :

a) 2^3 b) $(-2)^3$ c) -3^2

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ e) $(\sqrt{2})^5$ f) 3^0

g) 2^{-3} h) 3^{-2} i) $(-1)^{-1}$

j) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ k) 0^{-1} l) $(-1)^0$

m) $\frac{2^{2018}}{2^{2017}}$

n) $\frac{2018^2 - 2017^2}{2018 + 2017}$

o) $(-1)^{2017}$

p) $(-1)^{2018}$

74

Développer lorsque c'est possible, réduire lorsque c'est possible...

a) $a^5 + a^3$ b) $a^5 + a^5$ c) $a^5 + a$

d) $a^5 \times a^3$ e) $a^5 \times a^5$ f) $a^5 \times a$

g) $a^2 \times b^3$ h) $a^3 + b^3$ i) $\frac{a^6}{a^2}$

j) $(ab)^3$ k) $(a^2)^3$ l) $\frac{a}{a^7}$

m) $a^n \times a^p$ n) $\frac{a^n}{a^p}$ o) $a^n + a^p$

p) $(a+b)^n$ q) $(ab)^n$ r) $(a^n)^p$

s) $a^n + a^n$ t) $a^n + b^n$

75

Écrire sans exposant (en remplaçant les puissances par des « poly-produits ») :

a) $2a^3$ b) $-a^2$ c) ab^3

76

Calculer, lorsque a vaut -2 :

a) $-a^2$ b) $-a^3$ c) $-a^3 + 3a^2$

77

Simplifier :

a) $(-a^{-2}b^{-3})^4$ b) $\left(-\frac{a^{-3}}{a^{-5}}\right)^2$ c) $\frac{(a^{50} - a^{49})^2}{a^{49}}$

78

Calculer :

a) $\frac{a^{21} - a^{20}}{a^{11} - a^{10}}$ b) $\frac{a^{11} - a}{a^6 + a}$

79

Calculer :

$$\text{a) } \frac{2^{2018} - 2^{2017}}{2^{2017} - 2^{2016}} \quad \text{b) } (-2^{-6} \times 3^7)^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{33}$$

80

Simplifier :

$$\text{a) } \frac{2^{2n+1}}{2^n}$$

$$\text{b) } \frac{2^{n+2} - 2^n}{3}$$

$$\text{c) } \frac{9^{n+1}}{3^{2n+1}}$$

81

Calculer :

$$\text{a) } \frac{(-ab^2)^3 - (-ab)^2}{-a^{-1}b^3}$$

$$\text{b) } \frac{(10^8 + 10^{-7})^2 - (10^8 - 10^{-7})^2}{10^{-2}}$$

(D'après un exercice de Gilles Costantini.)

82

D'après un exercice de Gilles Costantini.

- a) Calculer l'expression suivante lorsque n vaut 0, puis 1, puis 2 (avec la calculatrice dans ce dernier cas) :

$$\frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$$

- b) Démontrer que la valeur de l'expression est constante.

83

- a) Démontrer que le produit de deux nombres pairs est un nombre pair et que le produit de deux nombres impairs est un nombre impair. Pour cela, on remarquera qu'un nombre pair est un nombre qu'on peut écrire sous la forme $2n$, où n est un entier naturel et qu'un nombre impair est un

nombre qu'on peut écrire sous la forme $2n+1$, où n est un entier naturel.

- b) Calculer $\left[(-1)^{2017}\right]^{2018}$. (Cette question peut être traitée indépendamment de la question précédente.)

- c) Déduire de la question a) la valeur de $(-1)^{(2017^{2018})}$

VALEUR ABSOLUE

Lisez attentivement, dans le cours, le paragraphe XIV. VALEUR ABSOLUE.

84

Calculer.

- a) $|-3|$
- b) $|+3|$
- c) $|2-5|$
- d) $\| -2 | - | -3 \|$
- e) $-|3-5|$