

FONCTIONS III

SENS DE VARIATION

I. DÉFINITIONS

FONCTION CROISSANTE

Une fonction f est **croissante** sur un intervalle I ssi :
quels que soient les réels x et y appartenant à I et tels que $x < y$,
 on a : $f(x) \leq f(y)$.

AUTRES DÉFINITIONS

Dans ce qui suit, f est une fonction et I un intervalle (inclus dans l'ensemble de définition de f).

f est **décroissante** sur I ssi
quels que soient les réels x et y appartenant à I et tels que $x < y$, on
 a : $f(x) \geq f(y)$.

f est **strictement croissante** sur I ssi
quels que soient les réels x et y appartenant à I et tels que $x < y$, on
 a : $f(x) < f(y)$.

f est **strictement décroissante** sur I ssi
quels que soient les réels x et y appartenant à I et tels que $x < y$, on
 a : $f(x) > f(y)$.

f est **monotone** sur I ssi
 $(f$ est croissante sur $I)$ ou $(f$ est décroissante sur $I)$.

f est **constante** sur I ssi
 il existe un réel k tel que, quel que soit x appartenant à I , $f(x) = k$

Etudier les variations de f , c'est déterminer sur quels intervalles elle croît et sur quels intervalles elle décroît.

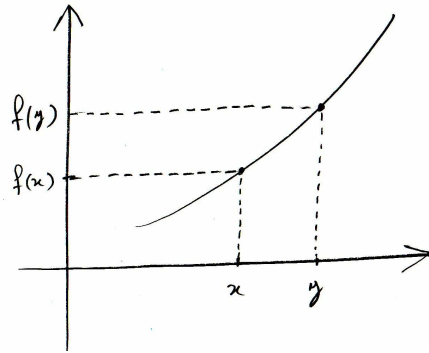
II. INTERPRÉTATIONS

Sur un intervalle donné...

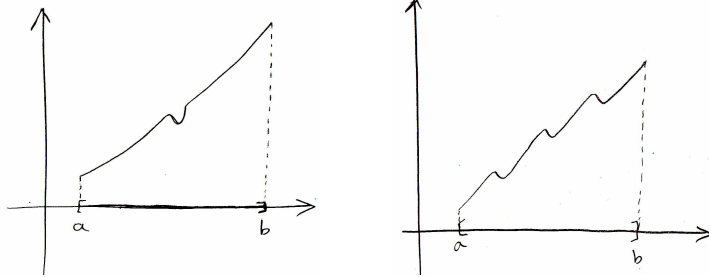
VARIATION Une fonction croissante est une fonction dont la 'valeur' croît et ne fait que croître (au sens où elle ne décroît jamais) tandis qu'augmente la 'variable'.

ORDRE Une fonction croissante est une fonction qui conserve l'ordre : les images sont toujours dans le même ordre que les « opérandes ». Une fonction décroissante 'inverse' l'ordre. (Nous avons choisi d'appeler « opérande » le nombre qu'on entre dans la fonction.)

COURBE Une fonction croissante est une fonction dont la courbe 'monte' (sans jamais redescendre) lorsqu'on la parcourt dans le sens de la lecture (sens positif de l'axe des abscisses).



REMARQUE Les fonctions représentées ci-dessous ne sont pas croissantes sur $[a;b]$:



III. CAS DES FONCTIONS USUELLES

FONCTION CARRÉ

La fonction carré est strictement décroissante sur $]-\infty;0]$ et strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

TABLEAU DE VARIATION :

Dans un **tableau de variation**, une flèche montante indique que la fonction est croissante (sur l'intervalle considéré) et une flèche descendante, que la fonction est décroissante. (Les flèches étant toujours orientées dans le sens de la lecture.)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	↘		↗
		0	

(Le zéro de la seconde ligne n'a pas le même sens que celui de la première : celui de la seconde ligne est une *image*.)

FONCTION INVERSE

La fonction inverse est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$ et aussi strictement décroissante sur $]0;+\infty[$.

FONCTION RACINE ✎ (Hors programme.)

La fonction racine est strictement croissante sur $[0;+\infty[$.

IV. CAS DES FONCTIONS AFFINES

THÉORÈME Soit $f : x \mapsto ax + b$, où a et b sont deux constantes réelles, (avec $a \neq 0$).

Si $a > 0$, f est strictement croissante sur \mathbb{R} .

Si $a < 0$, f est strictement décroissante sur \mathbb{R} .

V. CAS DES FONCTIONS POLYNÔMES

DU SECOND DEGRÉ

TABLEAUX DE VARIATION

Soit $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$

Si $a > 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f			

Si $a < 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
f			